



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Программа вступительного испытания по программам магистратуры
Направление подготовки 01.04.01 Математика

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

А.А. Саламатов

2026 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«МАТЕМАТИКА»

**для поступающих на обучение по образовательным программам высшего
образования – программам магистратуры**

Направление подготовки
01.04.01 Математика


Челябинск 2026

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 12).

Программа вступительного испытания одобрена и рекомендована ученым советом математического факультета.

Протокол заседания от 19 февраля 2026 г. протокол № 8.

И.о декана
математического факультета


Скорынин А.С.

Заведующий кафедрой
математического анализа


Федоров В.Е.

Председатель предметной комиссии,
доцент кафедры математического
анализа


Нагуманова А.В.

СОДЕРЖАНИЕ

1	Общие положения	4
2	Содержание разделов	4
3	Форма проведения вступительных испытаний и типы тестовых (или творческих) заданий	7
4	Регламент проведения вступительного испытания	7
5	Критерии оценки выполнения экзаменационного задания	8
6	Список рекомендуемых источников для подготовки к вступительному испытанию	8

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Настоящая программа составлена на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам бакалавриата и программам специалитета, и определяет общее содержание экзамена при приеме на обучение по образовательной программе высшего образования – магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 Математика в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» (далее – Университет).

Комплексный экзамен нацелено на оценку знаний поступающих лиц, полученных ими в ходе освоения программ бакалавриата и (или) специалитета, и на отбор среди поступающих лиц, наиболее способных и подготовленных к освоению программ магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Комплексный экзамен по специальности проводится как единое вступительное испытание в рамках нескольких конкурсов (по соответствующим формам и основам обучения) внутри одной группы магистерских программ и сдается однократно.

Экзаменационные задания для проведения комплексного экзамена по программе включают три практических задания по следующим разделам: алгебра, геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, численные методы.

Вступительное испытание проводится на английском языке.

Вступительное испытание проводится очно или с использованием дистанционных технологий в случаях, предусмотренных Правилами приема.

2 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

Раздел 1 Алгебра

- 1) МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. Определения определителя и его основные свойства. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Критерий обратимости матрицы.
- 2) АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ. Наибольший общий делитель двух многочленов (алгоритм Евклида).
- 3) ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ). Линейная зависимость и независимость систем векторов. Подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Базис и размерность. Теорема о размерности суммы двух подпространств. Теорема о ранге матрицы. Теорема о размерности пространства решений однородной СЛАУ.
- 4) ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ. Ядро и образ линейного отображения. Теорема о размерностях ядра и образа. Матрица линейного преобразования конечномерного векторного пространства. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, теорема о связи собственных значений линейного преобразования с корнями его характеристического многочлена.
- 5) ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА. Теорема об ортогонализации. Ортонормированный базис.

Примеры типов задач

- 1) Вычисление определителя. Действия с матрицами. Вычисление обратной матрицы. Формула Крамера. Метод Гаусса решения линейных алгебраических систем.
- 2) Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов с одной неизвестной. Алгоритм Евклида.
- 3) Методы вычисления ранга матрицы. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ.
- 4) Отыскание собственных значений и собственных векторов линейного преобразования.
- 5) Процесс ортогонализации системы векторов евклидова пространства. Вычисление ортогональной проекции.

Раздел 2 Геометрия

- 1) ВЕКТОРЫ. Коллинеарность и компланарность векторов. Координаты вектора в аффинной системе координат. Скалярное и векторное произведения. Свойства, геометрический смысл этих произведений и их выражение в координатах.
- 2) ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ. Теорема об общем уравнении плоскости в пространстве. Нормальный вектор и теорема о расстоянии от точки до плоскости.
- 3) КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА. Определение и вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы. Определение типа кривой по уравнению второго порядка на плоскости.

Примеры типов задач

- 1) Деление отрезка в заданном отношении. Расстояние между двумя точками. Объем параллелепипеда. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам множителей.
- 2) Основные типы уравнений прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до плоскости и до прямой. Взаимное расположение плоскостей.
- 3) Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Раздел 3 Математический анализ

- 1) ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛА. Предел последовательности и предел функции. Теорема о существовании точной верхней грани.
- 2) НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении функции. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции.
- 3) ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ Теоремы Ролля и Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
- 4) ИНТЕГРИРОВАНИЕ. Интеграл Римана. Теорема об интегрируемости непрерывной функции. Теорема о непрерывности и дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
- 5) ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ. Дифференцируемость функций многих переменных. Теорема о достаточных условиях дифференцируемости функции.

6) **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ.** Равномерная и поточечная сходимости функциональных последовательностей и рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Примеры типов задач

- 1) Свойства пределов функций. Замечательные пределы. Вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталя, формулы Тейлора.
- 2) Исследование функций с помощью производных. Экстремум, выпуклость. Методы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменных, формула Ньютона-Лейбница. Вычисление несобственных интегралов.
- 3) Вычисление частных производных и дифференциалов сложных функций и функций, заданных неявно.
- 4) Исследование сходимости числовых рядов (признаки сравнения, Коши, Даламбера, Дирихле, Вейерштрасса). Разложение функций в степенные ряды. Вычисление радиуса сходимости степенного ряда.

Раздел 4 Дифференциальные уравнения

- 1) Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
- 2) Метод вариации постоянной для нахождения решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.

Примеры типов задач

- 1) Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.
- 2) Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (неоднородное со специальной правой частью).

Раздел 5 Теория вероятностей

- 1) Случайные события. Вероятность события. Дискретное вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство.
- 2) Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 3) Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в испытаниях Бернулли.
- 4) Случайные величины. Функция распределения. Плотность вероятности. Математическое ожидание и дисперсия, начальные и центральные моменты, мода, медиана.
- 5) Основные законы распределения дискретных случайных величин – биномиальный, пуассоновский, геометрический.
- 6) Нормальный закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия нормальной случайной величины. Свойства случайной величины, имеющей нормальный закон распределения.
- 7) Центральная предельная теорема и её значение.

Примеры типов задач

- 1) Вычислить вероятность события с помощью комбинаторных рассуждений.
- 2) Вычислить условную вероятность события.
- 3) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Раздел 6 Численные методы

- 1) Оценка погрешностей вычислений через погрешность исходных данных, значащие цифры.
- 2) Метод Ньютона численного решения нелинейных уравнений.
- 3) Метод Эйлера и методы Рунге-Кутты численного решения дифференциальных уравнений.
- 4) Метод прогонки решения СЛАУ, итерационные методы решения СЛАУ и нелинейных уравнений.
- 5) Интерполяция сплайнами и интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона.

Примеры типов задач

- 1) Вычислить несколько первых итераций метода Ньютона для заданного уравнения.
- 2) Оценить количество шагов итерационного метода решения СЛАУ для достижения заданной точности.
- 3) Построить интерполяционный многочлен для заданной табличной функции.

3 ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ И ТИПЫ ТЕСТОВЫХ (ИЛИ ТВОРЧЕСКИХ) ЗАДАНИЙ

Вступительные испытания проводятся в комбинированной форме: письменного экзамена и собеседования. Письменный экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит три практических вопроса в форме задач по следующим разделам: алгебра, геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, численные методы. Предметная комиссия проверяет ответ и проводит собеседование со студентом, задавая дополнительные вопросы как по программе, так и о предыдущих научных исследованиях, проводимых абитуриентом.

4 РЕГЛАМЕНТ ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Абитуриенту выдается бланк для ответа, экзаменационный билет вступительного испытания. В течение 60 минут абитуриент письменно отвечает на билет. Предметная комиссия проверяет ответ и проводит собеседование со студентом, задавая дополнительные вопросы как по программе, так и о предыдущих научных исследованиях, проводимых абитуриентом.

Во время испытания запрещено вставать, пересаживаться, разговаривать, обмениваться чем-либо, пользоваться справочными материалами, мобильными телефонами и иными средствами связи, фото- и видеоаппаратурой, калькуляторами, планшетами и персональными компьютерами.

Разрешено использовать ручки, карандаши, линейки. Рабочие бланки сдаются члену предметной комиссии по завершению испытания.

5 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ

Общие требования к выполнению заданий

Каждое из трёх заданий предполагает наличие письменного ответа на вопросы билета. Текст ответа должен быть аккуратно оформлен, логично изложен, содержать правильные выкладки.

Шкала оценивания

Максимальное количество баллов за вступительное испытание – 100 баллов.

Минимальное количество баллов за успешное прохождение вступительного испытания, независимо от условия поступления, соответствует минимальным баллам, утверждённым Правилами на текущий год.

Критерии оценки результатов вступительного испытания

80-100 баллов – поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с поставленными задачами, показывает знания монографического материала, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ, обнаруживает умение самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок, уяснил взаимосвязь основных понятий дисциплины и их значение для приобретения профессии.

60-79 баллов – поступающий твердо знает учебно-программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применить теоретические положения и владеет необходимыми навыками при выполнении практических задач.

40-59 баллов – поступающий усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

0-39 баллов – поступающий не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большим затруднением выполняет практические работы.

6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ

1) Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / П. С. Александров. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2025. – 512 с. – ISBN 978-5-507-52355-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/448691> (дата

обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2) Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – 16-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 736 с. – ISBN 978-5-8114-0499-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210707> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература

1) Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 479 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-00211-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/535417> (дата обращения: 19.12.2024).

2) Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. – 26-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 624 с. – ISBN 978-5-507-47767-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/426251> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

3) Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 332 с. – ISBN 978-5-8114-3984-3. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/206273> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

4) Сборник задач по алгебре : в 2 томах : [16+] / ред. А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2007. – Том 1, часть 1, 2. Основы алгебры. Линейная алгебра и геометрия. – 263 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82941> (дата обращения: 22.01.2025). – ISBN 978-5-9221-0583-5. – Текст : электронный.

5) Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – 2-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – 668 с. – ISBN 5-9221-0008-4. – Текст : электронный. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83198> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: по подписке.

6) Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. – 18-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 608 с. – ISBN 978-5-507-47672-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/403391> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

7) Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 1. Основы алгебры – 273 с. – ISBN 978-5-94057-453-8. – Текст : электронный. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: по подписке.

8) Trench, W. F. Elementary Differential Equations: Books and Monographs / W. F. Trench. - 2013. Book 8. - URL: <http://digitalcommons.trinity.edu/mono/8>

- 9) Trench, W. F. Introduction to Real Analysis: Books and Monographs / W. F. Trench. - 2013. Book 7. - URL: <http://digitalcommons.trinity.edu/mono7>
- 10) Jezek, J. Universal Algebra / J. Jezek - 2008.
- 11) Geometry. - University of South Carolina.
- 12) Kaisare, N.S. Computational Techniques for Process Simulation and Analysis Using MATLAB / N. S. Kaisare.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети

«Интернет», рекомендуемых для подготовки к вступительным испытаниям:

- 1) ИНТУИТ : [сайт]. – Москва, 2003 – . URL: <https://intuit.ru> (дата обращения: 19.12.2024). – Текст: электронный.
- 2) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 19.12.2024). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст: электронный.
- 3) Math-Net.Ru : общероссийский портал : сайт / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН. – Москва, [б. г.]. – URL: <https://www.mathnet.ru> (дата обращения: 19.12.2024). – Текст: электронный.

Составитель программы:

Доктор физ.-мат. наук, проф.,
зав. кафедрой математического анализа

В.Е. Федоров