

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Челябинский государственный университет»  
Миасский филиал  
(ФГБОУ ВО «ЧелГУ» Миасский филиал)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
В.Е. Федоров  
29 января 2021 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ**

**СОБЕСЕДОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

**для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования – программам магистратуры**

Челябинск 2021

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 13.

Программа вступительного испытания одобрена и рекомендована ученым советом Миасского филиала. Протокол заседания от 28 января 2021 г. протокол № 5.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1	Общие положения	3
2	Содержание разделов	3
3	Регламент проведения вступительного испытания	7
4	Критерии оценки выполнения экзаменационного задания	7
5	Список рекомендуемых источников для подготовки к вступительному испытанию	8

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В программу включены вопросы по дисциплинам: алгебра, геометрия, математический анализ, комплексный анализ, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, уравнения в частных производных, методы вычислений.

Программы этих дисциплин состоят из двух частей. Часть первая — теоретическая, все теоремы, включенные в эту часть, необходимо знать с доказательствами. Часть вторая — практическая, содержит основные понятия и навыки, которыми должен владеть поступающий.

Целью проведения вступительного испытания является определение уровня подготовки абитуриента по математике для отбора и принятия решения о возможности зачисления в ЧелГУ по направлению подготовки 01.04.02 Математика и информатика.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

Вступительное испытание проводится очно или с использованием дистанционных технологий в случаях, предусмотренных Правилами приема.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

### Раздел 1. АЛГЕБРА

#### Часть I

- 1) МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. Действия с матрицами. Определения определителя и его основные свойства. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Теорема об определителе произведения матриц. Критерий обратимости матрицы. Теорема Крамера.
- 2) АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ. Наибольший общий делитель двух многочленов (алгоритм Евклида). Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Теорема о строении неприводимых многочленов над полями  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}$ .
- 3) ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ). Линейная зависимость и независимость систем векторов. Подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Базис и размерность. Теорема о размерности суммы двух пространств. Теорема о ранге матрицы. Теорема о размерности пространства решений СЛАУ.
- 4) ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ. Ядро и образ линейного отображения; теорема о связи их размерностей. Теорема об изоморфности конечно мерных векторных пространств одинаковой размерности. Матрица линейного отображения конечномерных векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, теорема о связи собственных значений линейного преобразования с корнями его характеристического многочлена.
- 5) ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА. Теорема об ортогонализации. Ортонормированный базис. Теорема об ортогональном дополнении. Теорема о вещественности собственных значений самосопряженного оператора унитарного пространства и ортогональности его собственных векторов.
- 6) КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Критерий положительной определенности квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к главным осям (приведение к

диагональному виду с помощью ортогонального преобразования).

7) ОБЩАЯ АЛГЕБРА. Понятие группы, кольца, поля, подгруппы, подкольца, подполя. Разбиение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.

## Часть II

1) Действия с матрицами. Вычисление определителя. Нахождение обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса решения линейных алгебраических систем.

2) Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов с одной неизвестной. Алгоритм Евклида. Схема Горнера.

3) Методы вычисления ранга матрицы. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Общее решение СЛАУ.

4) Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств, ядра и образа линейного отображения. Отыскание собственных значений и собственных векторов линейного преобразования.

5) Процесс ортогонализации системы векторов евклидова пространства. Вычисление ортогональной проекции.

6) Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Приведение вещественных квадратичных форм к главным осям.

## Раздел 2. ГЕОМЕТРИЯ

### Часть I

1) ВЕКТОРЫ. Сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарность и компланарность векторов. Координаты вектора в аффинной системе координат. Скалярное и векторное произведения. Свойства, геометрический смысл этих произведений и их выражение в координатах.

2) ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ. Теорема о параметрическом уравнении прямой в пространстве. Теорема об общем уравнении плоскости. Нормальный вектор и теорема о расстоянии от точки до плоскости.

3) КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА. Определение и вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы.

4) ТЕОРИЯ ГЛАДКИХ КРИВЫХ. Натуральная параметризация. Базис Френе, кривизна и кручение регулярной кривой с натуральной параметризацией.

5) ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ. Параметризованные поверхности, касательное пространство и первая квадратичная форма. Вывод формулы для длины кривой и угла между кривыми на поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема о вычислении гауссовой и средней кривизны.

### Часть II

1) Деление отрезка в заданном отношении. Расстояние между двумя точками. Объем параллелепипеда. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам множителей.

2) Основные типы уравнений прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до плоскости и до прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

3) Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Канонические уравнения эллипсоида, гиперболоидов и параболоидов.

4) Вычисление элементов репера Френе, кривизны и кручения.

5)Вычисление коэффициентов первой и второй квадратичной формы. Вычисление кривых и углов между кривыми на поверхности. Вычисление гауссовой и средней кривизны. Определение типов точек поверхности.

### **Раздел 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

#### **Часть I**

1)ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛА. Предел последовательности и предел функции. Теорема о существовании точной верхней грани.

2)НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении функции. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции.

3)ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ Теоремы Ролля и Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

4)ИНТЕГРИРОВАНИЕ. Интеграл Римана. Теорема об интегрируемости непрерывной функции. Теорема о непрерывности и дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

5)ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ. Дифференцируемость функций многих переменных. Теорема о достаточных условиях дифференцируемости функции.

6)ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ. Равномерная и поточечная сходимости функциональных последовательностей и рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов (как следствия).

#### **Часть II**

1)Свойства пределов функций. Замечательные пределы. Вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталья, формулы Тейлора.

2)Таблица производных. Исследование функций с помощью производных. Экстремум, выпуклость. Таблица первообразных. Методы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменных, формула Ньютона-Лейбница. Вычисление несобственных интегралов.

3)Вычисление частных производных и дифференциалов сложных функций и функций, заданных неявно.

4)Исследование сходимости числовых и функциональных рядов, равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов (признаки сравнения, Коши, Даламбера, Дирихле, Вейерштрасса). Разложение функций в степенные ряды. Исследование сумм функциональных рядов на непрерывность и дифференцируемость.

5)Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

### **Раздел 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

#### **Часть I**

1)Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

2)Метод вариации постоянной для нахождения решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.

#### **Часть II**

1)Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

2) Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (неоднородное со специальной правой частью).

## **Раздел 5. КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

### Часть I

1) Ряды Лорана, внешний и внутренний радиус сходимости, примеры. Классификация изолированных особых точек, примеры.

2) Теорема о вычислении вычетов в полюсах высоких порядков.

### Часть II

1) Ряды Лорана. Вычеты. Применение вычетов к вычислению интегралов.

## **Раздел 6. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### Часть I

1) Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Теорема Пуассона.

2) Случайная величина (определение). Функция распределения случайной величины и ее свойства.

3) Математическое ожидание случайной величины и его свойства.

### Часть II

1) Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.

2) Условная вероятность, формулы полной вероятности и Байеса.

3) Основные распределения дискретных и абсолютно-непрерывных случайных величин.

4) Распределение функции от случайных величин.

5) Независимость случайных величин. Многомерная функция распределения.

6) Математическое ожидание и дисперсия основных случайных величин.

## **Раздел 7. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

### Часть I

1) Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.

2) Линейные ограниченные операторы в нормированных пространствах: норма оператора, непрерывность. Теорема об эквивалентности ограниченности и непрерывности линейного оператора.

### Часть II

1) Норма оператора.

## **Раздел 8. УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ**

### Часть I

1) Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера.

2) Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

### Часть II

1) Метод Фурье решения уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов.

## **Раздел 9. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

### Часть I

1) Метод итераций решения систем линейных уравнений.

2) Интерполяционная формула Лагранжа.

3) Квадратурная формула прямоугольников. Ее порядок точности.

## **3. РЕГЛАМЕНТ ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

## Общие требования к выполнению заданий

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит два теоретических вопроса (часть I) и один практический (часть II).

Абитуриенту выдается бланк для ответа, экзаменационный билет вступительного испытания. В течении 60 минут абитуриент письменно отвечает на билет. Предметная комиссия проверяет ответ и проводит собеседование со студентом, задавая дополнительные вопросы как по программе, так и о предыдущих научных исследованиях, проводимых абитуриентом.

Во время испытания запрещено вставать, пересаживаться, разговаривать, обмениваться чем-либо, пользоваться справочными материалами, мобильными телефонами и иными средствами связи, фото- и видеоаппаратурой, калькуляторами, планшетами и персональными компьютерами.

Разрешено использовать ручки, карандаши, линейки. Рабочие бланки сдаются члену предметной комиссии по завершению испытания.

## 4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**80-100 баллов** – поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с поставленными задачами, показывает знания монографического материала, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ, обнаруживает умение самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок, уяснил взаимосвязь основных понятий дисциплины и их значение для приобретения профессии.

**60-79 баллов** – поступающий твердо знает учебно-программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применить теоретические положения и владеет необходимыми навыками при выполнении практических задач.

**40-59 баллов** – поступающий усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**0-39 баллов** – поступающий не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большим затруднением выполняет практические работы.

## 5. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ

## Основная литература

- 1) Бахвалов, С. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учебное пособие для вузов / С. В. Бахвалов, П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. – Изд. 5-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. – 384 с.
- 2) Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] : учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 7-е изд. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 636 с.
- 3) Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. 11-е изд., перераб. — Москва : Юрайт, 2010.

## Дополнительная литература

- 1) Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : учебное пособие для высших технических учебных заведений / [Г. С. Бараненков [и др.] ; под ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2006. — 495 с.
  - 2) Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с.
  - 3) Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие для вузов / М. В. Федорюк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Наука, 1985. — 447 с.
  - 4) Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2000. – 176 с.
  - 5) Хатсон, В. К. Л. Приложения функционального анализа и теории операторов [Текст] / В. К. Л. Хатсон, Дж. С. Пим ; пер. с англ. Н. И. Плужниковой, В. И. Авербуха ; под ред. А. А. Кириллова. — Москва : Мир, 1983. — 431 с.
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» рекомендуемых для подготовки к вступительным испытаниям:**
- 1) Курс дифференциального и интегрального исчисления. <http://e.lanbook.com/book/71768>
  - 2) аналитической геометрии и линейной алгебры. <http://e.lanbook.com/book/493>
  - 3) Краткий курс математического анализа [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2660](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2660)
  - 4) Численные методы. <http://e.lanbook.com/book/54>
  - 5) Задачник по теории вероятностей и математической статистике. <http://e.lanbook.com/book/141>

### Программу подготовил(а):

Заведующий кафедрой прикладной математики \_\_\_\_\_ Е. В. Дутикова